

Příprava na přijímací zkoušky

Objemy, obsahy a obvody

jméno:

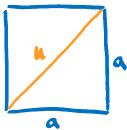
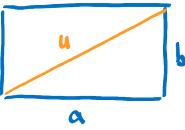
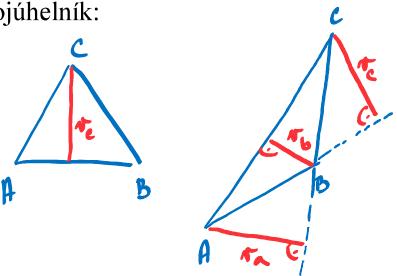
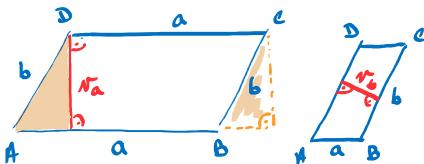
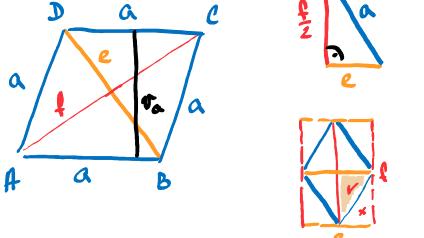
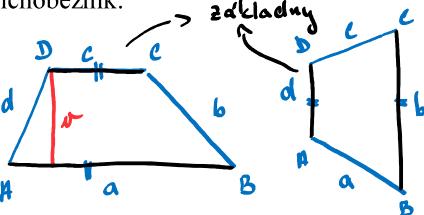
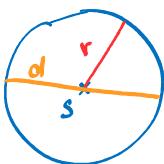
třída:

Řešení : sedovamatika.cz

„Některé z příkladů použité v tomto pdf jsou převzaty z materiálů Cermatu (www.cermat.cz), které slouží jako příklady pro přijímací zkoušky a testy.“

aktualizováno: 9. 3. 2025

Vzorečky pro obvody a obsahy

Obrázek:	Vzorečky:	Odvozené vzorečky z obsahů:
Čtverec: 	$\sigma = 4 \cdot a$ $S = a^2$ $u = \sqrt{2a^2}$	$a = \sqrt{S}$
Obdélník: 	$\sigma = 2a + 2b$ $S = a \cdot b$ $u = \sqrt{a^2 + b^2}$ [Pythagorova věta]	$S = a \cdot b / : b$ $\frac{S}{b} = a$ $\hookrightarrow a = \frac{S}{b}$ $b = \frac{S}{a}$
Trojúhelník: 	$\sigma = a + b + c$ $S = \frac{a \cdot r_a}{2} = \frac{b \cdot r_b}{2} = \frac{c \cdot r_c}{2}$	$S = \frac{a \cdot r_a}{2} / .2$ $2S = a \cdot r_a / : a$ $\hookrightarrow a = \frac{2S}{r_a}$ $r_a = \frac{2S}{a}$
Rovnoběžník: (KOSODELNÍK) 	$\sigma = 2a + 2b$ $S = a \cdot r_a = b \cdot r_b$	$S = a \cdot r_a$ $\hookrightarrow a = \frac{S}{r_a}$ $r_a = \frac{S}{a}$
Kosočtverec: 	$\sigma = 4a$ $S = \frac{e \cdot f}{2}$ Pythagorova věta:  Jako rovnoběžník $S = a \cdot r_a$	$S = \frac{e \cdot f}{2} / .2$ $2S = e \cdot f$ $\hookrightarrow e = \frac{2S}{f}$ $f = \frac{2S}{e}$
Lichoběžník: 	$\sigma = a + b + c + d$ $S = \frac{(a+c) \cdot r}{2}$ $S = \frac{(b+d) \cdot r}{2}$	$S = \frac{(a+c) \cdot r}{2} / .2$ $2S = (a+c) \cdot r$ $\hookrightarrow r = \frac{2S}{a+c}$ $\frac{2S}{r} = a+c$ $\rightarrow a = \frac{2S}{r} - c$
Kruh:  $\pi = 3,14$	$\sigma = 2\pi r$ $S = \pi r^2$	Obvod: $\sigma = 2\pi r / : 2\pi \rightarrow r = \frac{\sigma}{2\pi}$ $S = \pi r^2 / : \pi$ $\frac{S}{\pi} = r^2 \rightarrow r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$

6. ročník: Převody 1

220 mm =	22	cm	280 ml =	2,8	dl	340 mm =	34	cm
230 cm =	23	dm	40 ha =	0,4	km ²	290 kg =	2,9	q
43 l =	0,43	hl	0,2 dm ³ =	200	ml	6 m ³ =	6000	l
0,05 m ² =	500	cm ²	0,8 g =	800	mg	200 cm =	20	dm
5 hl =	500	dm ³	5400 kg =	5,4	t	50 hl =	5	m ³
29 q =	2,9	t	23 mm =	2,3	cm	24 min =	0,4	h
0,72 ha =	72	a	3,2 m =	32	dm	40 cm =	400	mm
360 m =	0,36	km	220 m ³ =	220	hl	98 dm =	980	cm
670 kg =	6,7	q	0,2 dm ² =	20	cm ²	340 mm =	3,4	dm
34 dkg =	340	g	450 dl =	45	dm ³	700 dm ³ =	7	hl
0,7 km ² =	70	ha	46q =	4,6	t	4,5 m ² =	45000	cm ²
250 dl =	0,25	hl	3,4 ha =	340	a	830 cl =	8,3	dm ³
0,05 a =	500	dm ²	560 m =	0,56	km	90 q =	9	t
560 cl =	56	l	320 kg =	3,2	q	300 m ² =	3	a
360 g =	36	dkg	230 mg =	0,23	g	40 m =	0,04	km
2,5 min = <small>.60</small>	150	s	2000 a =	20	ha	160 kg =	1,6	q
20 cl = <small>200ml</small>	200	cm ³	4 500 l =	45	hl	23 dkg =	230	g
3000 m ² =	0,3	ha	7 a =	70000	dm ²	2000 m ² =	0,2	ha
45a =	4500	m ²	2,6 m ³ =	2600	l	230 l =	2,3	hl
0,2 h =	12	min	340 g =	34	dkg	0,4 m ² =	40	dm ²
24t =	240	q	0,5 min =	30	s	7,2 hl =	720	l
60 000 cm ³	60	l	300 mm ³ =	0,3	cm ³	2 kg =	200	dkg
230 mm =	2,3	dm	25 000 m ²	2,5	ha	0,25 min =	15	s
490 hl =	49	m ³	400 dm ² =	4	m ²	200 ml =	200	cm ³
360 min =	6	h	300 s =	5	min	0,5 km ² =	50	ha

6. ročník: Převody 2

$$1 \text{ kg} : 25 = \underline{\underline{40}} \quad \text{g}$$

$$15 \text{ kg} - 1500 \text{ g} = \underline{\underline{13500}} \quad \text{g}$$

$$\underline{\underline{15000 - 1500}}$$

$$1,5 \text{ dm}^2 + 75 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{15075}} \quad \text{mm}^2$$

$$1 \text{ m}^3 - 50 \text{ litrů} = \underline{\underline{350}} \quad \text{litrů}$$

$$\underline{\underline{1000 - 50}}$$

$$3,2 \text{ dm} + 25 \text{ mm} = \underline{\underline{34,5}} \quad \text{cm}$$

$$750 \text{ cm} - 6 \text{ m} = \underline{\underline{15}} \quad \text{dm}$$

$$\underline{\underline{75 - 60}}$$

$$0,75 \text{ m}^2 - 25 \text{ cm}^2 = \underline{\underline{7475}} \quad \text{cm}^2$$

$$5 \text{ m}^2 - 200 \text{ cm}^2 = \underline{\underline{498}} \quad \text{dm}^2$$

$$\underline{\underline{500 - 2}}$$

$$1 \text{ kg} - 700 \text{ g} = \underline{\underline{0,3}} \quad \text{kg}$$

$$1 \text{ litr} - 0,2 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{800}} \quad \text{cm}^3$$

$$\underline{\underline{0,8 \text{ dm}^3}}$$

$$25 \text{ m} - 200 \text{ dm} = \underline{\underline{500}} \quad \text{cm}$$

$$4 \text{ m}^2 + 200 \text{ cm}^2 = \underline{\underline{4,02}} \quad \text{m}^2$$

$$\underline{\underline{0,02 \text{ m}^2}}$$

$$1,2 \text{ litrů} + 100 \text{ cm}^3 = \underline{\underline{1,3}} \quad \text{dm}^3$$

$$8 \text{ m}^2 - 980 \text{ cm}^2 = \underline{\underline{79020}} \quad \text{cm}^2$$

$$\underline{\underline{80000 - 980}}$$

$$3 \text{ h } 22 \text{ min} - 2 \text{ h } 57 \text{ min} = \underline{\underline{25}} \quad \text{min}$$

$$1 \text{ h } 5 \text{ min} - 20 \text{ min} = \underline{\underline{0,75}} \quad \text{h}$$

$$\underline{\underline{45 \text{ min} : 60}}$$

$$39 \text{ min} - 360 \text{ s} = \underline{\underline{33}} \quad \text{min}$$

$$12200 \text{ g} : 2 = \underline{\underline{6100}} \quad \text{kg}$$

$$\underline{\underline{6100 \text{ g}}}$$

$$2 \text{ h} - 36 \text{ min} + 180 \text{ s} = \underline{\underline{87}} \quad \text{min}$$

$$9,8 \text{ dm}^2 - 0,08 \text{ m}^2 = \underline{\underline{180}} \quad \text{cm}^2$$

$$\underline{\underline{980 - 800}}$$

6. ročník: Převody 3

1) Vypočtěte, kolik litrů vody se celkem vejde do prázdného bazénu o objemu 50 m^3 .

$$50 \cdot 1000 = 50000$$

$$\sigma: 50000 \text{ l}$$

3) Vypočtěte, o kolik dm se liší $1,2 \text{ m}$ a 180 cm .

$$12 \text{ dm} \quad 18 \text{ dm}$$

$$18 - 12 = 6 \text{ dm}$$

$$\sigma: \sigma = 6 \text{ dm}$$

5) Vypočtěte, kolikrát menší je 15 m než $4,5 \text{ km}$.

$$1500 : 15 = 300$$

$$\sigma: \sigma = 300 - \text{krať menší}$$

7) Vypočtěte, o kolik kilogramů se liší $0,2 \text{ tuny}$ a 14500 gramů .

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 200 \text{ kg} \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ 14,5 \text{ kg} \end{array}$$

$$200 - 14,5 = 185,5 \text{ kg}$$

$$\sigma: \sigma = 185,5 \text{ kg}$$

9) Vypočtěte, kolikrát větší je 80 ha než $0,2 \text{ km}^2$.

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 20 \text{ ha} \end{array}$$

$$80 : 20 = 4$$

$$\sigma: \sigma = 4 - \text{krať větší}$$

11) Do těsta na cukroví podle receptu patří tyto suroviny: $0,3 \text{ kg}$ mouky, 5 dkg cukru, 200 g másla a 50 g mletých ořechů. Kolik Kg váží těsto po smíchání všech surovin.

$$\begin{array}{r} \text{mou.} \quad \text{cuk.} \quad \text{maso.} \quad \text{oř.} \\ 300 \text{ g} + 50 + 200 + 50 = 600 \text{ g} = 0,6 \text{ kg} \end{array}$$

$$\sigma: \sigma = 0,6 \text{ kg}$$

2) Kolik pětilitrových kbelíků celkem lze naplnit vodou z plného sudu o objemu 4 m^3 .

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ L = 4000 : 5 = 800 \end{array}$$

$$\sigma: \sigma = 800 \text{ kbelíků}$$

4) Vypočtěte, kolikrát více je osmina tuny, než čtvrtina kilogramu.

$$1000 \text{ kg} : 8 = 125 \text{ kg} \quad 1 : 4 = 0,25$$

$$125 : 0,25 = 12500 : 25 = 500 \times$$

$$\sigma: \sigma = 500 - \text{krať více.}$$

6) Vypočtěte, kolikrát větší je obsah $0,5 \text{ m}^2$ než obsah $2,5 \text{ dm}^2$.

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 50 \text{ dm}^2 \end{array}$$

$$50 : 2,5 = 500 : 25 = 20$$

$$\sigma: \sigma = 20 - \text{krať větší}$$

8) Kolik sklenic o objemu $0,3 \text{ dl}$ lze celkem naplnit vodou z plné varnice o objemu $0,45 \text{ hl}$?

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ L = 450 = 450 \text{ dl} = 4500 \text{ cl} \end{array}$$

$$0,3 \text{ dl} = 3 \text{ cl}$$

$$4500 : 3 = 1500$$

$$\sigma: \sigma = 1500 \text{ sklenic}$$

10) Vypočtěte, kolik m^2 jsou tři deseti-tisíciny hektaru.

$$0,0003 \text{ ha} = 0,03 \text{ a} = 3 \text{ m}^2$$

$$\sigma: \sigma = 3 \text{ m}^2$$

12) Kamila vyřešila celkem 8 úloh. Úlohy začala řešit v 10.52 a bez přestávky je řešila až do 12.24 téhož dne, kdy měla všechny úlohy vyřešené. Určete, kolik minut Kamile průměrně trvalo vyřešení jedné úlohy.

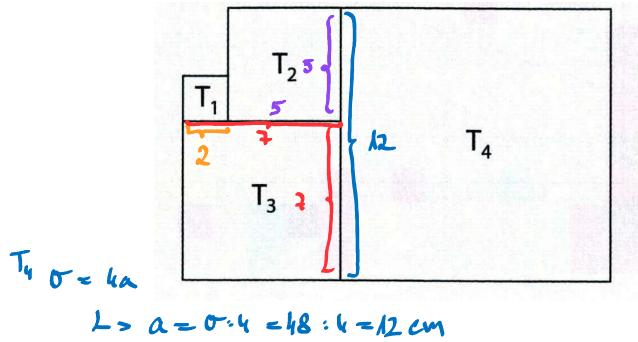
$$12^{\text{th}} - 10^{\text{th}} = 2 \text{ h } 24 \text{ min} - 52 \text{ min} = 114 \text{ min} - 52 \text{ min} = 62 \text{ min}$$

$$\begin{array}{r} 92 : 8 = 11,5 \\ 12 \mid 92 \\ 4 \mid 8 \\ 0 \end{array}$$

$$\sigma: \sigma = \frac{62}{11,5} \text{ min.}$$

6. ročník: Obsahy a objemy 7

1) Obrazec je tvořen ze čtyř čtverců. Obvod čtverce T_4 je 48 cm, obvod čtverce T_3 je 28 cm. Jaký je obvod čtverce T_1 .

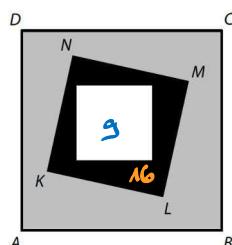


$$T_3 \quad \sigma = 4a \\ L = a = \sigma : 4 = 28 : 4 = 7 \text{ cm}$$

$$T_1 \quad a = 2 \quad \sigma = 4 \cdot a = \underline{\underline{8 \text{ cm}}}$$

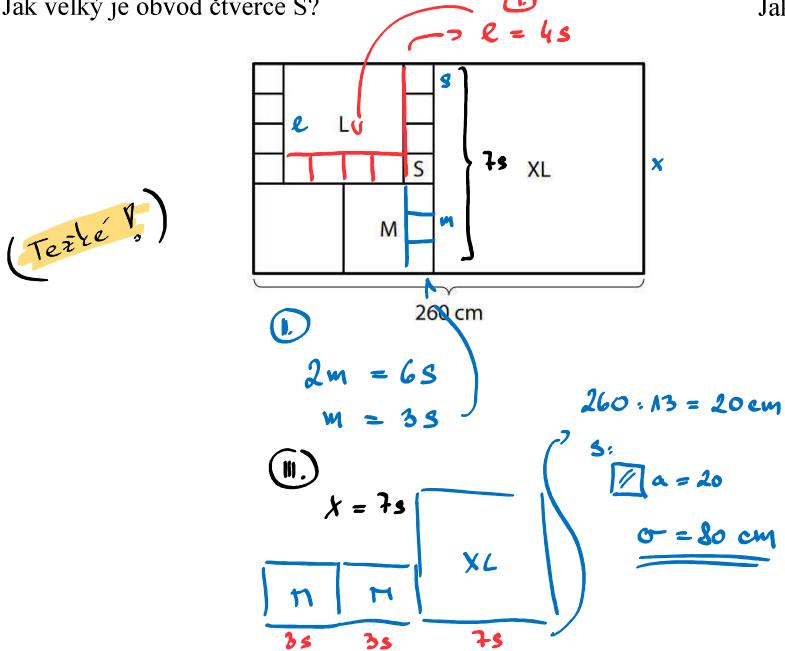
3) Bílý čtverec má obsah 9 cm^2 , černá plocha uvnitř čtverce KLMN má obsah 16 cm^2 . Strana čtverce AB má 9 cm. Jak velká je šedá plocha? (cermat)

$$S_{\text{bílý}} = a^2 = 9^2 = 81$$

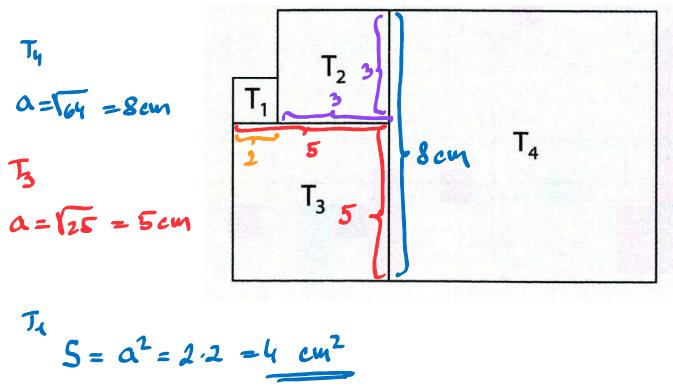


$$S_{\text{šedá}} = 81 - 16 - 9 = \underline{\underline{56 \text{ cm}^2}}$$

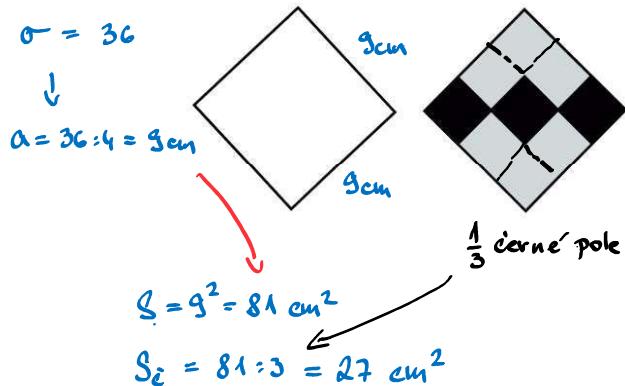
5) Obdélník je rozdělen na 12 čtverců čtyř různých velikostí (S, M, L a XL). Delší strana obdélníku měří 260 cm. Jak velký je obvod čtverce S?



2) Obrazec je tvořen ze čtyř čtverců. Obsah čtverce T_4 je 64 cm^2 , obvod čtverce T_3 je 25 cm. Jaký je obsah čtverce T_1 .

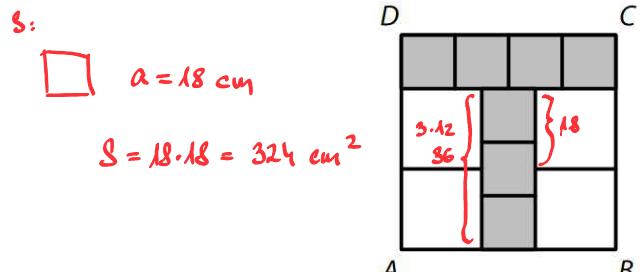


4) Bílý čtverec s obvodem o 36 cm je rozdělen na tři nové rovinné útvary. Černý útvare se skládá ze tří shodných čtverců. Jaký je obsah a obvod černé části?



6) Čtyřúhelník ABCD na obrázku se skládá ze 7 šedých čtverců a 4 bílých čtverců. Obvod jednoho šedého čtverce je 48 cm. Jaký je obsah jednoho bílého čtverce?

$$48 : 4 = 12 \text{ cm}$$

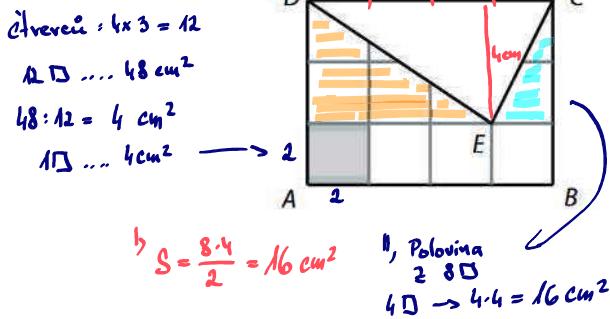


O: Obsah bílého čtverce je 324 cm^2

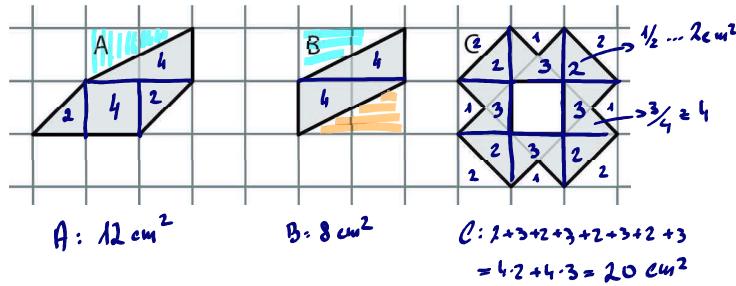
7. ročník: Obsahy 4 – Obsah trojúhelníku

- 1) Obdélník ABCD s obsahem 48 cm^2 je částečně zakryt trojúhelníkem CDE. Vypočítej obsah trojúhelníku.

(cermat)



- 2) Vypočítej obsah šedé části, když jeden čtvereček čtvercové sítě má obsah 4 cm^2 . (cermat) \rightarrow Polovina kvadrátu 2 cm^2

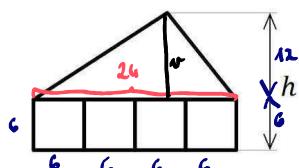


- 3) Domeček tvaru pětiúhelníku se skládá z trojúhelníku a čtyř shodných čtverců. Čtyři čtverce mají dohromady stejný obsah jako trojúhelník. Délka strany čtverce je 6 cm. Jaká je výška domečku h ? (cermat)

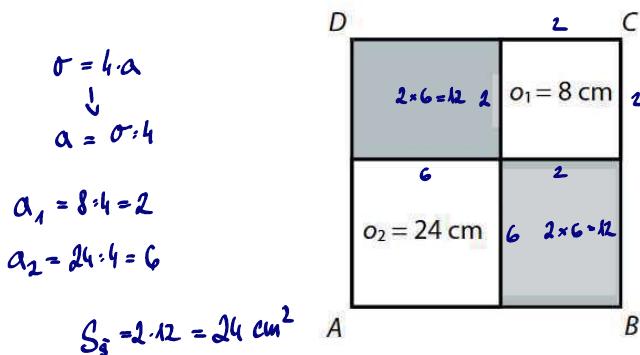
$$\begin{aligned} S_{\square} &= a \cdot a = 6 \cdot 6 = 36 \text{ cm}^2 \\ L \rightarrow 4 \times 1 &= 144 \text{ cm}^2 = S_{\Delta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{\Delta} &= \frac{24 \cdot 15}{2} \\ 2 \cdot S_{\Delta} &= 24 \cdot 15 \\ L \rightarrow 15 &= \frac{2 \cdot S_{\Delta}}{24} = \frac{2 \cdot 144}{24} = \frac{144}{12} = 12 \text{ cm} \\ h &= 6 + 12 = 18 \text{ cm} \end{aligned}$$

σ : Výška domečku je 18 cm.



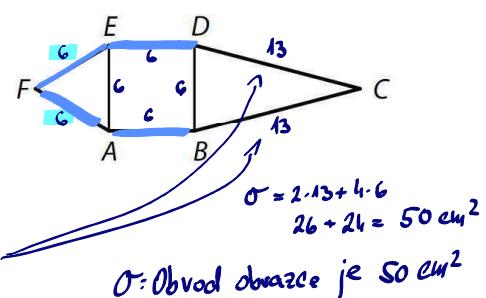
- 5) Čtverec ABCD je dvěma úsečkami rozdělen na čtyři části: čtverec s obvodem 8 cm, čtverec s obvodem 24 cm a dva tmavé obdélníky. Vypočítej obsah šedé části. (cermat)



- 6) Obrazec ABCDEF se skládá ze čtverce, rovnostranného a rovnoramenného trojúhelníku. Obvod čtverce je 24 cm, obvod rovnoramenného trojúhelníku je o třetinu větší než obvod čtverce. Jaký je obvod obrazce ABCDEF? (cermat)

$$\begin{aligned} \sigma &= 4 \cdot a \\ L \rightarrow a &= \sigma : 4 \\ 24 : 4 &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 24 \cdot 3 &= 8 \\ 24 + 8 &= 32 \\ 32 - 13 \cdot 2 &= 26 \end{aligned}$$



σ : Obvod obrazce je 50 cm^2

7. ročník: Obsahy 7 – Obsah rovnoběžníku a lichoběžníku

1) Čtvercová síť je tvořena čtverečky s obsahem 4 cm^2 .

Vypočítej obsah útvaru A a útvaru B. (cermat)

$$A: (5 \times 4) \cdot 1 = 20 \text{ cm}^2$$

$$- 2 \text{ cm}$$

$$- 6 \text{ cm}$$

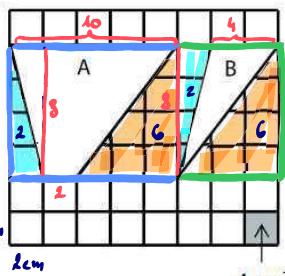
$$12 \text{ cm}^2 = 12 \cdot 4 \text{ cm}^2 = 48 \text{ cm}^2$$

$$B: [3 \times 4] \cdot 1 = 12 \text{ cm}^2$$

$$- 1 \text{ cm}$$

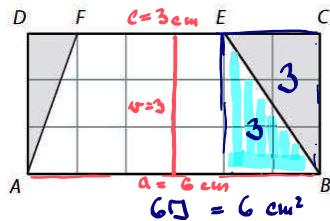
$$- 6 \text{ cm}$$

$$4 \text{ cm}^2 = 4 \cdot 4 \text{ cm}^2 = 16 \text{ cm}^2$$



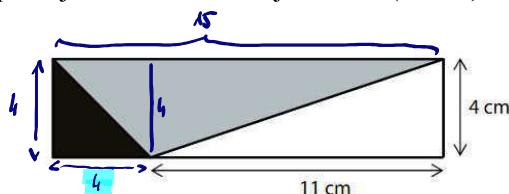
$$\text{B: } S = \frac{(6+3) \cdot 3}{2} = \frac{12 \cdot 3}{2} = 18 \text{ cm}^2$$

2) Obsah trojúhelníku BCE je 3 cm^2 . Jaký je obsah lichoběžníku ABEF? (cermat)



$$S = \frac{(6+3) \cdot 3}{2} = \frac{27}{2} = 13.5 \text{ cm}^2$$

3) Obdélník je složen ze tří trojúhelníků (černý, bílý, šedivý). Černý trojúhelník je rovnoramenný. Bílý má rozměry uvedené na obrázku. Vypočítej obsah šedivého trojúhelníku. (cermat)



$$S_{\Delta} = 15 \cdot 4 = 60 \text{ cm}^2$$

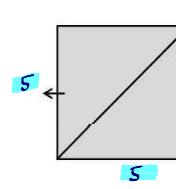
$$S_{\Delta} = \frac{15 \cdot 4}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

4) Čtverec s obvodem $o = 20 \text{ cm}$ je úhlopříčkou rozdělen na dva trojúhelníky. Oddálením obou trojúhelníků vznikl obdélník s obvodem 24 cm. Jaký je obsah tmavého rovnoběžníku? (cermat)

$$o = 20$$

$$a = 20 : 4 = 5$$

$$o_2 = 24$$



$$S_2 = 2 \cdot 5 = 10 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = S_2 - S_1 = 25 - 15 = 10 \text{ cm}^2$$

5) V pravoúhlém lichoběžníku ABCD má základna AB délku 15 cm.

Poměr AB ku CD je 3 : 2.

Poměr AD ku CD je 6 : 5

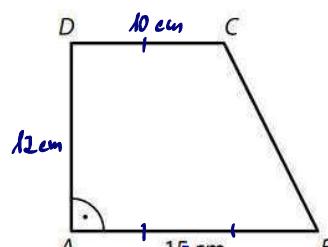
Vypočítej obsah lichoběžníku. (cermat)

$$\frac{AB}{CD} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{15}{CD} = \frac{3}{2}$$

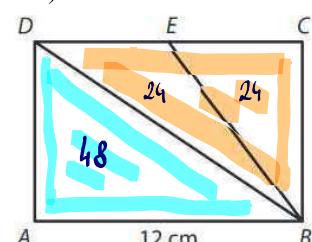
$$\frac{AD}{CD} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{12}{CD} = \frac{6}{5}$$



$$S_1 = \frac{(15+10) \cdot 12}{2} = \frac{25 \cdot 12}{2} = 150 \text{ cm}^2$$

6) Obdélník ABCD má stranu AB délky 12 cm. Na straně CD leží bod E. Obdélník je rozdělen úsečkami BE a BD na tři trojúhelníky. Obsahy trojúhelníků BCE a BED jsou stejné, a to 24 cm^2 . Jaký obsah má lichoběžník ABED? (cermat)



$$S = 48 + 24 = 72 \text{ cm}^2$$

8. ročník: Obsahy 3 – využití rovnic

1) Čtvercový pozemek má stejný obvod jako obdélníkový pozemek. Obdélníkový pozemek má jednu stranu o 25 % kratší než čtvercový pozemek a druhou stranu o 10 m delší než čtvercový pozemek. Jakou délku má strana čtvercového pozemku. (cermat)

$$\begin{aligned} \text{délka } a & \quad \text{délka } a+10 \\ \text{šířka } a & \quad \text{šířka } \frac{3}{4}a \\ \sigma_1 = 4a & \\ \sigma_2 = a+10 + \frac{3}{4}a + a+10 + \frac{3}{4}a & \\ \sigma_1 = \sigma_2 & \\ 4a = a+10 + \frac{3}{4}a + a+10 + \frac{3}{4}a & \\ 4a = 2a + 20 + \frac{6}{4}a & \quad \frac{6}{4}a = \frac{3}{2}a = 1,5a \\ 4a = 3,5a + 20 & \quad /-3,5a \\ 4a - 3,5a = 20 & \\ 0,5a = 20 & \quad /2 \\ a = 40 & \\ \sigma: \text{délka strany je } \underline{\underline{40\text{m}}} & \end{aligned}$$

5) Obrazec je tvořen dvěma bílými čtverci a jedním tmavým čtvercem. Obvod bílého čtverce je dvakrát menší než obvod tmavého čtverce. Obvod celého obrazce je 96 cm. Jaký je obsah celého obrazce? (cermat)

$$\begin{aligned} \square \quad a=1\text{cm} & \\ \sigma = 4\text{cm} & \\ \square \quad a=2\text{cm} & \\ \sigma = 8\text{cm} & \\ 2 \times \text{velký strana} & \\ 2 \times \text{velký obvod} & \\ S_1: \quad \square \quad 8\text{cm} & \quad S_2: \quad \square \quad 16 & \quad \square \quad 256 \quad 64 \\ S_1 = 8 \cdot 8 = 64 & \quad S_2 = 16 \cdot 16 = 256 & \quad \sigma: \text{Obsah obrazce je } \underline{\underline{384\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

5) Obrazec je možné rozštíhat na 7 shodných rovnoramenných trojúhelníků. Obvod jednoho takového trojúhelníku je 30 cm. Jaký je obvod celého obrazce? (cermat)

$$\begin{aligned} a & \\ \sigma = 30\text{cm} & \\ \sigma = a + 2a + 2a = 5a & \\ 5a = 30\text{cm} & \quad /5 \\ a = 6\text{cm} & \\ 2a = 12\text{cm} & \\ \sigma = 18 + 18 = \underline{\underline{66\text{cm}}} & \\ \sigma: \text{Obvod obrazce je } \underline{\underline{66\text{cm}}} & \end{aligned}$$

2) Vypočítej úhel α (alfa). (cermat)

$$\begin{aligned} \alpha + 2\alpha + 60^\circ &= 180^\circ \\ 3\alpha + 60^\circ &= 180^\circ \quad /-60^\circ \\ 3\alpha &= 120^\circ \quad /:3 \\ \alpha &= 40^\circ \\ \sigma: \underline{\underline{\alpha = 40^\circ}} & \end{aligned}$$

3) Vypočítej úhel γ (gama). (cermat)

$$\begin{aligned} 90^\circ + \alpha + \alpha &= 180^\circ \quad /-90^\circ \\ 2\alpha &= 180^\circ - 90^\circ \\ 2\alpha &= 90^\circ \\ \alpha &= 45^\circ \\ 35^\circ + 45^\circ + \gamma &= 180^\circ \\ 80^\circ + \gamma &= 180^\circ \quad /-80^\circ \\ \gamma &= 180^\circ - 80^\circ \\ \gamma &= 100^\circ \\ \sigma: \underline{\underline{\gamma = 100^\circ}} & \end{aligned}$$

4) Vypočítej úhel β (beta) a ϕ (fi). (cermat)

$$\begin{aligned} 3\beta + 2\beta &= 180^\circ \\ 5\beta &= 180^\circ \quad /:5 \\ \beta &= 36^\circ \\ 72^\circ + 90^\circ + \varphi &= 180^\circ \\ 162^\circ + \varphi &= 180^\circ \quad /-162^\circ \\ \varphi &= 180^\circ - 162^\circ \\ \varphi &= 18^\circ \\ \sigma: \underline{\underline{\beta = \varphi = 18^\circ}} & \end{aligned}$$

6) Máme shodné čtverce A a B. Čtverec A je rozdělen na dva shodné obdélníky, čtverec B na pět shodných obdélníků. Obvod jednoho ze dvou obdélníků ve čtverci A je o 6 cm větší než obvod jednoho z pěti obdélníků ve čtverci B. Jak velkou stranu má čtverec A? (cermat)

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= a + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a + a \\ &= 3a \\ \text{čtverec A} & \\ \sigma_2 &= a + \frac{a}{3} + \frac{a}{3} + a + a = 2a + \frac{2}{3}a \\ \sigma: \text{čtverec B} & \\ \sigma & 6\text{cm} \text{ menší} \\ \sigma_1 = \sigma_2 + 6\text{cm} & \\ 3a = 2a + \frac{2}{3}a + 6 & \quad /:5 \\ 15a = 10a + 2a + 30 & \\ 15a = 12a + 30 & \quad /-12a \\ 3a = 30 & \quad /:3 \\ a = 10 & \\ \sigma: \text{čtverec A má stranu } \underline{\underline{a = 10\text{cm}}} & \end{aligned}$$

8. ročník: Obsahy 9 - Kruh a kružnice

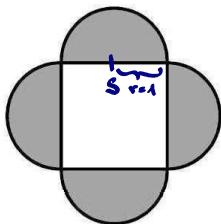
1) Ornament je složen z jednoho čtverce a čtyř tmavých půlkruhů. Obsah čtverce je 4 cm^2 . Vypočítejte v cm^2 obsah jednoho tmavého půlkruhu (cermat).

$$S_{\square} = 4 \text{ cm}^2 = a^2$$

$$a = \sqrt{4} = 2 \text{ cm}$$

$$S_0 = \pi r^2 = 3,14 \cdot 1^2 = 3,14$$

Obsah kruhu:
 $3,14 \cdot 1 = 3,14$



O: Obsah jednoho půlkruhu je $1,57 \text{ cm}^2$

2) Délka strany čtverce je 6 cm. Část čtverce je zakryta tmavým kruhem, který má s každou stranou čtverce právě jeden společný bod (K, L, M, N). Vypočítejte, o kolik cm^2 je obsah čtverce větší než obsah tmavého kruhu. (cermat)

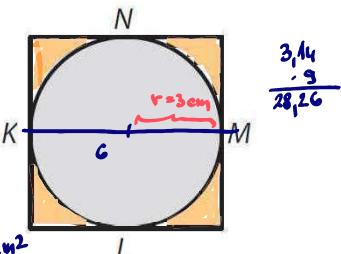
$$S = S_{\square} - S_0$$

$$S_{\square} = a^2 = 6 \cdot 6 = 36 \text{ cm}^2$$

$$S_0 = \pi r^2 = 3,14 \cdot 3^2 = 3,14 \cdot 9 = 28,26 \text{ cm}^2$$

$$S = 36 - 28,26 \text{ cm}^2 = 7,74 \text{ cm}^2$$

O: Čtverec je větší o $7,74 \text{ cm}^2$.



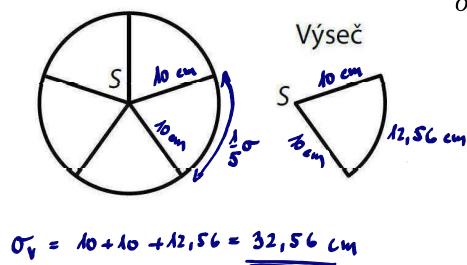
$$\frac{3,14}{9} \cdot 9 = 28,26$$

3) Papír tvaru kruhu se středem S a poloměrem 10 cm byl rozštípán na 5 shodných výsečí dle obrázku. Jaký je obvod jedné výseče? (cermat)

$$\sigma = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 10$$

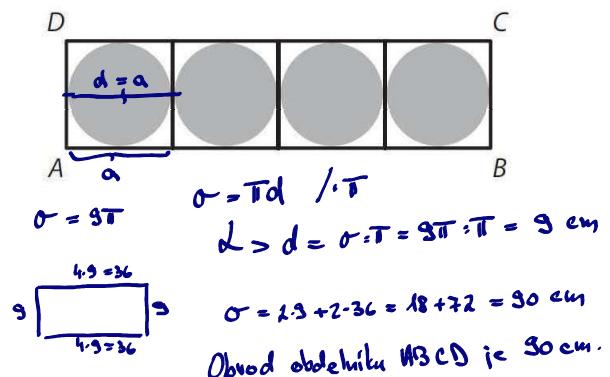
$$\frac{\sigma}{5} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 10^2}{5} = 12,56$$

$$\frac{3,14}{12,56}$$



$$\sigma_v = 10 + 10 + 12,56 = 32,56 \text{ cm}$$

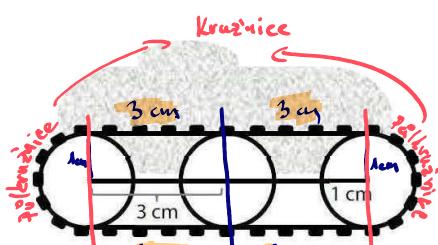
4) Obdélník ABCD je možné rozdělit na čtyři shodné čtverce v jedné řadě. V každém čtverci je tmavý kruh, který se dotýká všech stran tohoto čtverce. Obvod jednoho tmavého kruhu je $\sigma = \pi \cdot 9 \text{ cm}$. Jaký je obvod obdélníku ABCD? (cermat)



$$\text{Obvod obdélníku } ABCD \text{ je } 30 \text{ cm.}$$

5) Poloměr koleček u modelu tanku je 1 cm.

Vzdálenost středů kolejek je 3 cm. Jak dlouhý je pás? (cermat)



$$\sigma = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 1 = 6,28$$

$$+ 12 \text{ cm}$$

O: Délka pasu je 18,28 cm

6) Vypočítej obsah šedé části, pokud obvod kružnice je 20π . Úhlopříčka čtverce BD jde přes střed kružnice a body E a F leží ve středu stran čtverce. (cermat)

$$\sigma = 20\pi$$

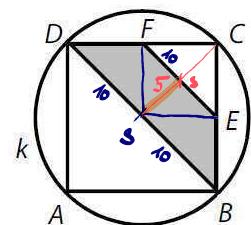
$$\sigma = \pi d / \pi$$

$$L > d = \frac{\sigma}{\pi} = \frac{20\pi}{\pi} = 20 \text{ cm}$$



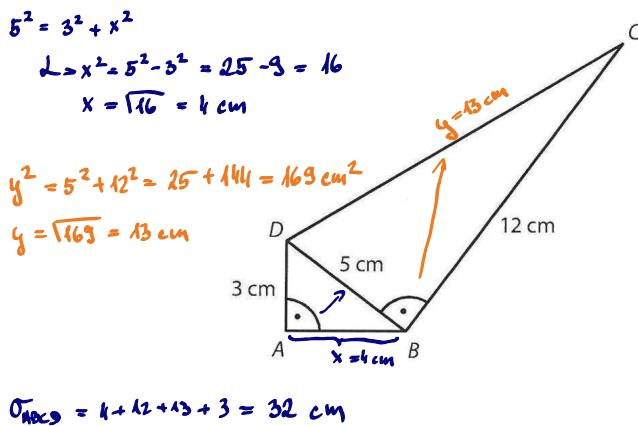
$$S_L = \frac{(20+10) \cdot 5}{2} = \frac{30 \cdot 5}{2} = 75 \text{ cm}^2$$

O: Obsah šedé části je 75 cm^2 .

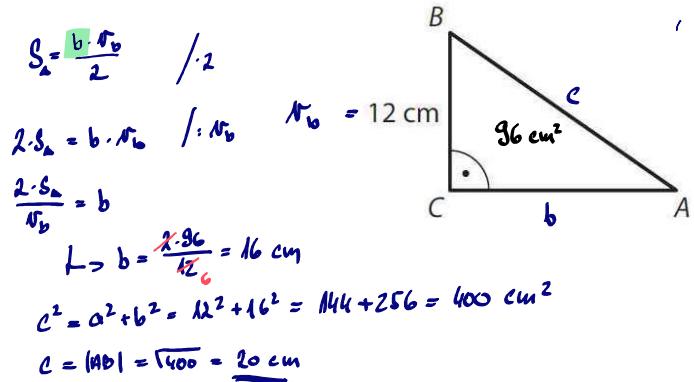


8. ročník: Mochny 18 - Pythagorova věta (bez kalkulačky)

1) Vypočítej obvod čtyřúhelníku ABCD. (cermat)

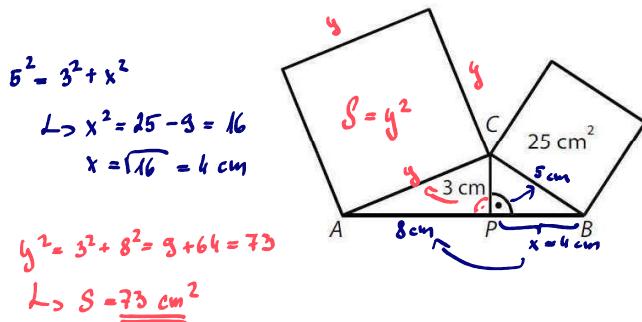


2) Obsah pravoúhlého trojúhelníku ABC je 96 cm^2 . Délka odvěsnky BC je 12 cm. Jakou délku má strana AB? (cermat)

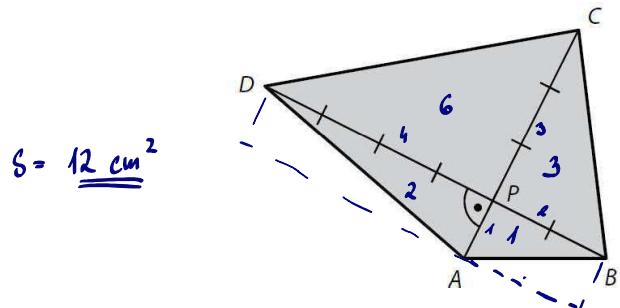


3) Pata P výšky v_c dělí stranu AB v poměru 2 : 1.

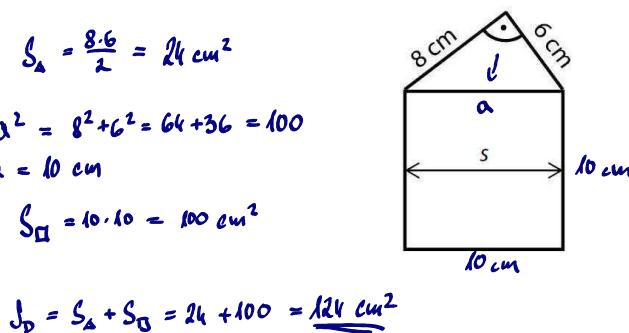
Vypočítej obsah čtverce sestrojeného nad stranou AC. (cermat)



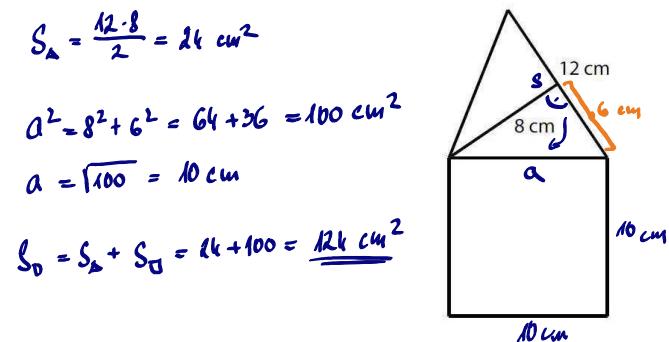
4) Úhlopříčky AC a BD čtyřúhelníku ABCD se protínají v bodě P a jsou na sebe kolmé. Vzdálenosti průsečíku P od jednotlivých vrcholů A, B, C, D jsou 1 cm, 2 cm, 3 cm a 4 cm. Vypočíte v cm² obsah čtyřúhelníku ABCD. (cermat)



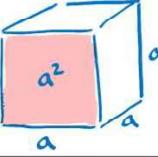
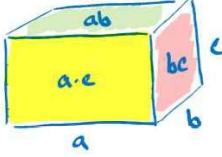
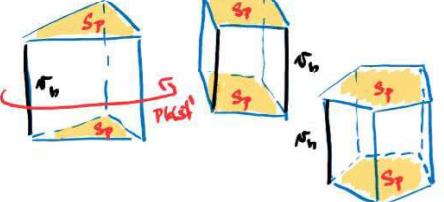
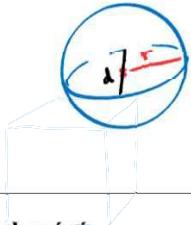
5) Domeček na obrázku je složen ze čtverce a pravoúhlého trojúhelníku. Vypočítej obsah domečku. (cermat)



6) Nakreslený domeček se skládá ze čtverce a rovnoramenného trojúhelníku. Základna rovnoramenného trojúhelníku měří 12 cm a výška na základnu 8 cm. Vypočítej obsah domečku. (cermat)

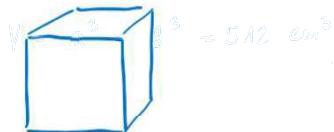


Vzorečky pro objem a povrch

Obrázek:	Vzorečky:	Odvozené vzorečky:
Krychle:	 $S = 6 \cdot a^2$ $V = a^3$	$S = 6 \cdot a^2 / 6$ $\frac{S}{6} = a^2 \rightarrow a = \sqrt{\frac{S}{6}}$ $a = \sqrt[3]{V}$
Kvádr:	 $S = 2 \cdot (ab + bc + ac)$ $V = a \cdot b \cdot c$	$S = 2 \cdot (ab + bc + ac)$ $\frac{S}{2} = ab + bc + ac$ $\frac{S}{2} - ac = b \cdot (a + c)$ $\frac{\frac{S}{2} - ac}{a + c} = b$ $V = abc$ $b = \frac{V}{ac}$
Hranol:	 $S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$ $S - S_{pl} = 2S_p$ $S_p = \frac{S - S_{pl}}{2}$ $S_{pl} = S - 2S_p$ $V = S_p \cdot h$	$S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$ $S - S_{pl} = 2S_p$ $S_p = \frac{S - S_{pl}}{2}$ $S_{pl} = S - 2S_p$ $V = S_p \cdot h$ $V = \frac{S_p \cdot h}{2}$ $h = \frac{V}{S_p}$ $S_p = \frac{V}{h}$
Válec:	 $V = S_p \cdot h$ $V = \pi r^2 \cdot h$ $S = 2S_p + S_{pl}$ $S = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot h$ $S = 2\pi r \cdot (r + h)$ <p>{Podobně jako hranol}</p>	$V = \pi r^2 \cdot h$ $h = \frac{V}{\pi r^2}$ $r^2 = \frac{V}{\pi h}$ $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$ $S = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h$ $S = 2\pi r \cdot (r + h)$ $r = \frac{S - 2\pi r^2}{2\pi r \cdot h}$ $odvodit r nelze bez kvadratickej rovnice$
Koule:	 $S = 4\pi r^2$ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$	$S = 4\pi r^2$ $\frac{S}{4\pi} = r^2$ $r = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$ $V = \frac{3}{4\pi} r^3$ $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$

Opakování

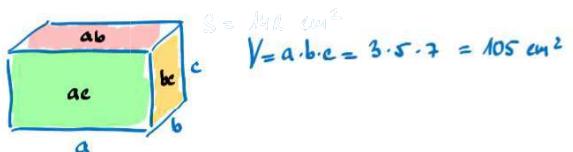
1) Vypočítej povrch a objem krychle, kde $a = 8 \text{ cm}$.



$$S = 6a^2 = 6 \cdot 8^2 = 6 \cdot 64 = 384 \text{ cm}^2$$

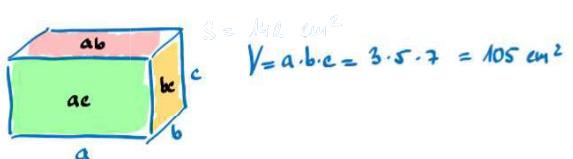
$$V = a^3 = 8^3 = 512 \text{ cm}^3$$

2) Vypočítej povrch kvádru o hranách $a = 3 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$.



$$S = 2 \cdot (ac + ab + bc) = 2 \cdot (21 + 15 + 35) = 221$$

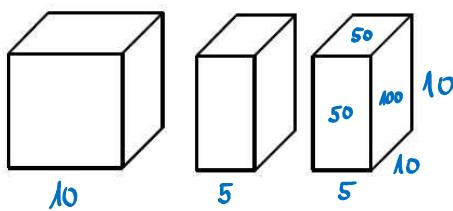
$$S = 221 \text{ cm}^2$$



$$V = abc = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105 \text{ cm}^3$$

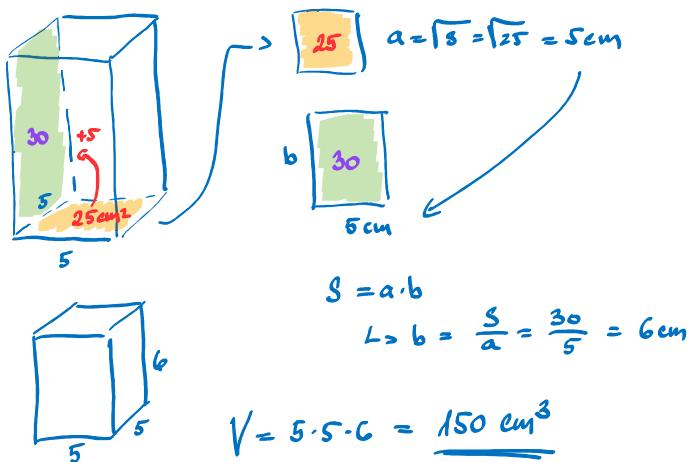
6: ročník: Obsahy a objemy 10 – Slovní úlohy (přijímací zkoušky)

1) Krychle o hraně 10 cm je rozpůlena na dva shodné kvádry. Jaký je povrch jednoho kvádru?

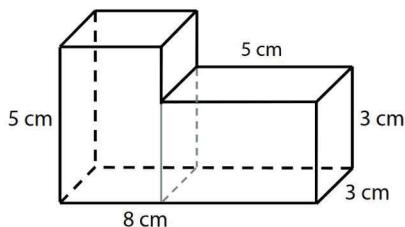


$$S = 450 + 2 \cdot 100 = 200 + 200 \\ S = 400 \text{ cm}^2$$

3) Kvádr má čtvercovou podstavu o obsahu 25 cm^2 . Obsah boční stěny je o 5 cm^2 větší než obsah podstavy. Jaký je objem kvádru.

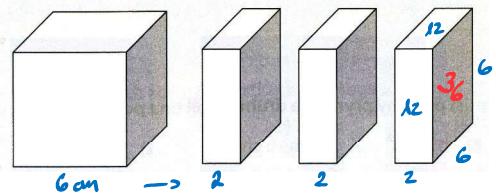


5) Těleso je slepeno ze dvou shodných kvádrů s délkami hran 3 cm , 3 cm a 5 cm . Jaký je objem tělesa?



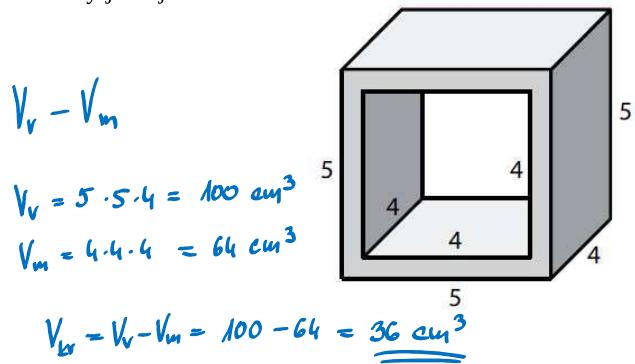
$$V = 2 \cdot V_k = 2 \cdot 45 = \underline{\underline{90 \text{ cm}^3}} \\ V_k = 3 \cdot 3 \cdot 5 = 45 \text{ cm}^3$$

2) Krychle, jejíž povrch byl 216 cm^2 , byla rozdělena na tři shodné kvádry. Jaký je povrch jednoho kvádru?

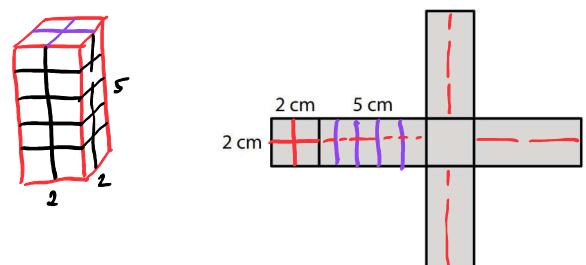


$$216 : 6 = 36 \\ a = \sqrt{36} = 6 \text{ cm} \\ S_n = 4 \cdot 12 + 2 \cdot 36 = 48 + 72 = \underline{\underline{120 \text{ cm}^2}}$$

4) Do dřevěného kvádru s rozměry 5 cm , 4 cm , a 5 cm byl vyřezán otvor skrz naskrz ve tvaru krychle s hranou délky 4 cm . Jaký je objem kvádru?



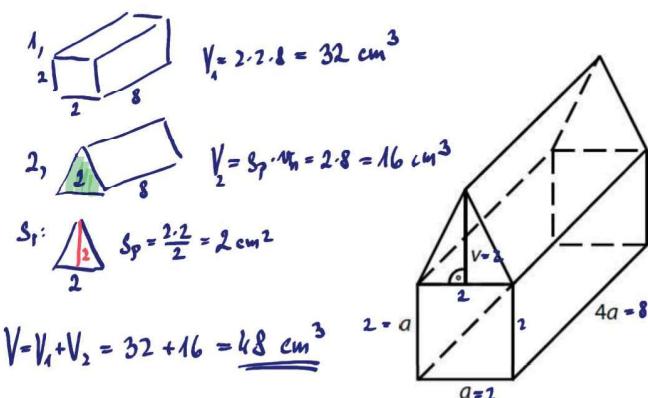
6) Na obrázku máme síť kvádru. Kvádr jsme beze zbytku rozřezali na malé krychličky o hraně délky 1 cm . Kolik krychliček jsme získali?



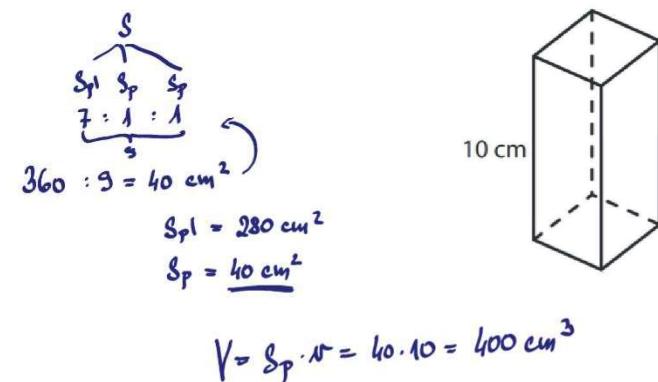
$$\text{Počet krychliček} = 2 \cdot 2 \cdot 5 = \underline{\underline{20 \text{ krychliček}}}$$

7. ročník Objemy 6 - Hranol

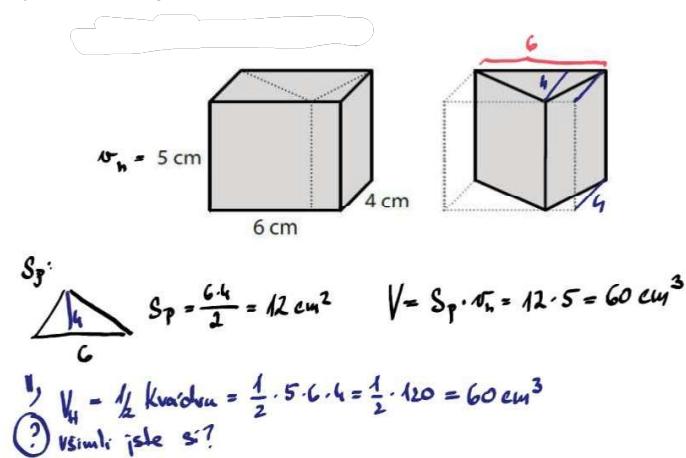
1) Dřevěný domeček se skládá ze dvou kolmých hranolů. Platí: $a = v = 2 \text{ cm}$. Jaký je objem domečku? (cermat)



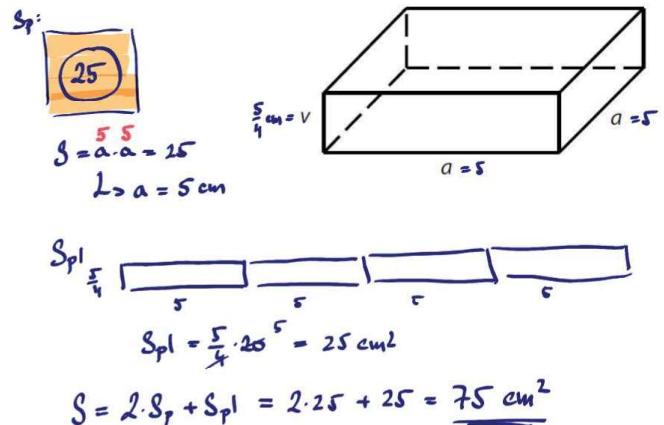
3) Podstavou kolmého čtyřbokého hranolu je kosočtverec. Výška hranolu je 10 cm a povrch hranolu je 360 cm^2 . Obsah pláště hranolu je sedmkrát větší než obsah jedné podstavy. Jaký má hranol objem? (cermat)



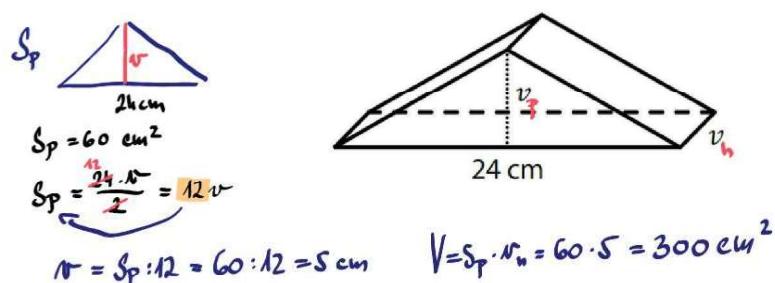
5) Kvádr o rozměrech 6 cm, 4 cm a 5 cm jsme dvěma svislými řezy rozdělili na tři kolmé trojboké hranoly. Z těchto trojbokých hranolů vybereme ten, který má největší objem. Jaký je objem vybraného trojbokého hranolu? (cermat)



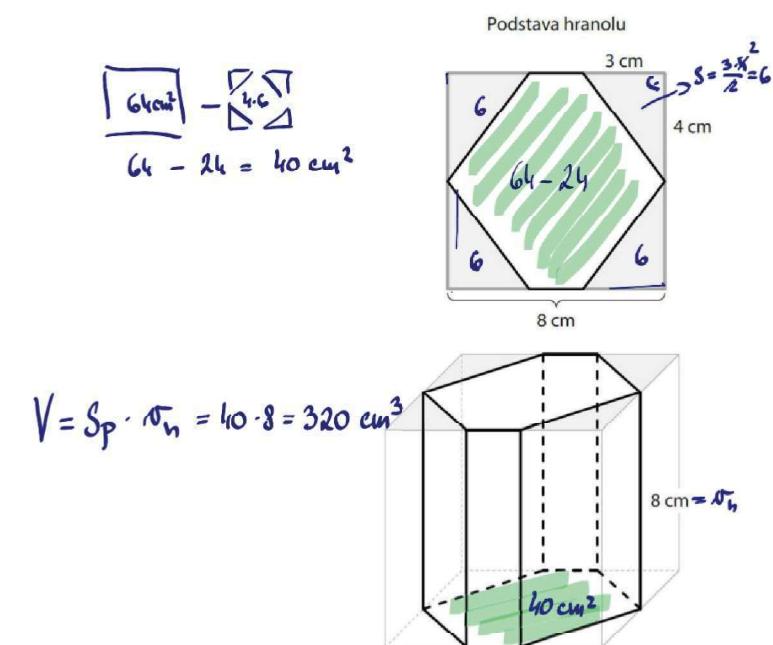
2) Kvádr má čtvercovou podstavu. Obsah podstavy je 25 cm^2 . Výška kvádru je 4 krát kratší než hrana a . Jaký je povrch kvádru? (cermat)



4) Trojboký hranol je položen na jedné boční stěně. Podstavu hranolu tvoří rovnoramenný trojúhelník, který má základnu délky 24 cm a obsah 60 cm^2 . Velikost výšky na základnu tohoto trojúhelníku je stejná jako délka nejkratší hrany hranolu. Jaký je objem hranolu? (cermat)



6) Kolmý šestiboký hranol byl vytvořen opracováním krychle o hraně délky 8 cm. Podstava hranolu vznikne ze čtvercové stěny původní krychle oddělením 4 shodných pravoúhlých trojúhelníků. Jaký je objem hranolu? (Výška hranolu je 8 cm). (cermat)



Objem 7 - Válec (kalkulačka)

1) Kolik dm² plechu je potřeba na výrobu okapu ve tvaru poloviny válce o poloměru 1 dm a délce 5 m?



$$S_1 = \pi r^2 = 3,14 \cdot 1^2 = 3,14 \text{ m}^2$$

$$S_2 = \frac{S_{pl}}{2} = \frac{\pi \pi \cdot r \cdot h}{2} = \pi r \cdot h \\ = 3,14 \cdot 1 \cdot 5 = 15,7 \text{ m}^2$$

$$S_{ok} = S_1 + S_2 = 160,84 \text{ m}^2$$

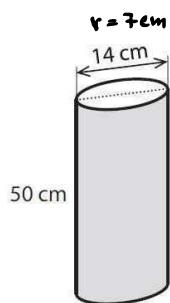
$$2, S_{ok} = \frac{s}{2} = \frac{2\pi r \cdot (r+h)}{2} \\ = \pi r \cdot (r+h) = 3,14 \cdot 1 \cdot (1+5) = 160,84 \text{ m}^2$$

O: Plechu na okap potřebu je 160,84 m²

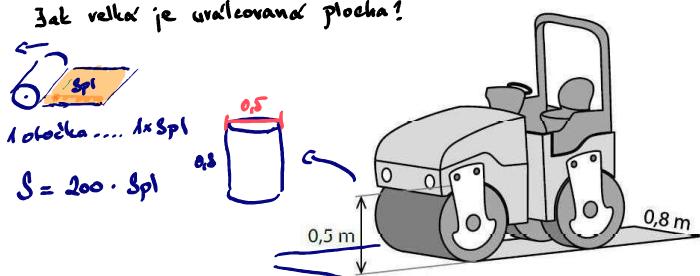
3) Škrabací sloupek pro kočky má tvar rotačního válce. Válec má výšku 50 cm a jeho podstava má průměr 14 cm. Obě podstavy jsou bílé, plášt' válce je šedý. Vypočtěte povrch válce. (cermat)

$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl} = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot h \\ = 2\pi r \cdot (r+h) = 2 \cdot 3,14 \cdot 7 \cdot (7+50) \\ = 2505,72 \text{ cm}^2 \\ \approx 25,06 \text{ dm}^2$$

O: Povrch válce je 25,06 dm²



5) Válcovací stroj se pohyboval v přímém směru vpřed. Jeho přední rotační válec vykonal při tomto pohybu 200 otáček (bez prokluzu). Přední rotační válec má průměr podstavy 0,5 m a zanechává za sebou uvařcováný pás široký 0,8 m. (cermat)
Jak velká je uvařcována plocha?



$$S_{pl} = \pi d \cdot h = 3,14 \cdot 0,5 \cdot 0,8 = 1,256 \text{ m}^2$$

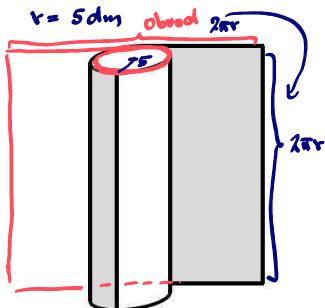
$$S = 200 \cdot S_{pl} = 251,2 \text{ m}^2$$

O: Uvařcována plocha je 251,2 m².

2) Reklamní plochu pro vylepování plakátů tvoří plášt' rotačního válce. Podstava válce má poloměr 50 cm. Plakát, který přesně pokryje celou reklamní plochu, má tvar čtverce. Jakou plochu má plakát? (cermat)

$$\sigma = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 31,4 \text{ dm}$$

$$S_{pl} = \pi r \cdot \sigma = 3,14 \cdot 31,4 = 985,96 \text{ dm}^2 \\ \approx 9,86 \text{ m}^2$$



O: Plakát má plochu 9,86 m².

4) Vodní nádrž má tvar válce s průměrem podstavy 3,2 m a je hluboká 60 cm. Za jak dlouho se naplní 10 cm pod okraj, jestliže přítéká 1 litr za sekundu?

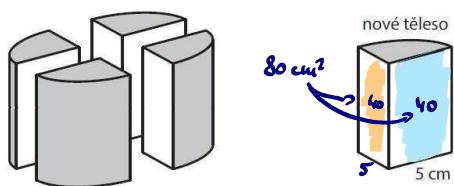
$$h = 60 - 10 = 50 \text{ cm} = 5 \text{ dm} \\ r = 3,2 \text{ dm} \\ \sigma = 5 \text{ dm} \\ \tau = 16 \text{ dm}$$

$$V = \pi r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 16^2 \cdot 5 = 4019,2 \text{ l} \\ = 4019,2 \text{ s}$$

$$4019,2 : 60 \approx 67 \text{ min}$$

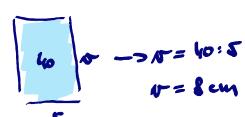
O: Nádrž se naplní za 67 minut.

6) Rotační válec s podstavou o poloměru 5 cm je rozdělen na čtyři shodná nová tělesa podle obrázku. Povrch válce byl šedý (včetně podstav), ale všechny nové plochy vytvořené rozříznutím jsou bílé. Součet obsahů obou bílých ploch na jednom z nových těles je 80 cm². Jaký je objem jednoho z nových těles? (cermat)



$$V = \pi r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 8 = 628 \text{ cm}^3$$

O: Objem tělesa je 628 cm³,



Objem 8 – Válec (bez kalkulačky)

- Tip! : Pokud se vyplatí počítej v jednotkách π .

1) Skleněné težítko má tvar rotačního válce s poloměrem podstavy 10 cm a výškou 12 cm. Vnější část težítka je z čirého skla, uvnitř je část z modrého skla, která má tvar rotačního válce, a to s poloměrem podstavy 5 cm a výškou 8 cm. Vypočítej objem čirého skla. (cermat)

$$V_1: r=10 \text{ cm} \\ h=12 \text{ cm}$$

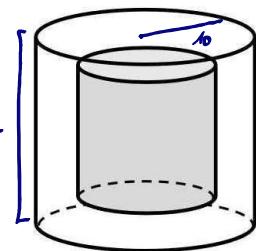
$$V_1 = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 10^2 \cdot 12 = 1200\pi \text{ cm}^3$$

$$V_2: r=5 \text{ cm} \\ h=8 \text{ cm}$$

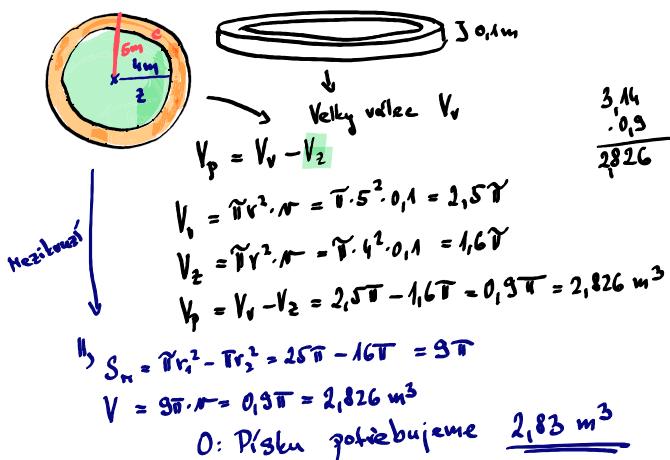
$$V_2 = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 8 = 200\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{čiré}} = V_1 - V_2 = 1200\pi - 200\pi = 1000\pi = 1000 \cdot 3,14 = 3140 \text{ cm}^3$$

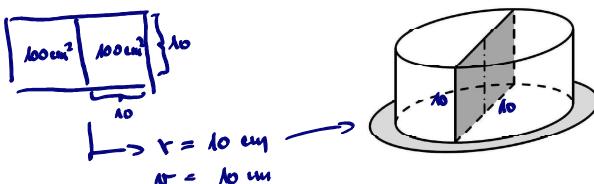
O: Objem čirého skla je 3140 cm^3



3) Kolem kruhového záhonu o poloměru 4 m má být vysypána píska cesta o šířce 100 cm. Výška vrstvy píska je 10 cm. Kolik m^3 píska budeme potřebovat?



5) Dort tvaru válce jsme rozdělili svislým řezem na dvě stejné poloviny. Plocha řezu dortu má obsah 200 cm^2 a tvoří ji obdélník, který lze rozdělit na dva čtverce podle obrázku. Vypočítejte v cm^3 objem celého dortu. (cermat)



$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 10^2 \cdot 10 = 3,14 \cdot 100 \cdot 10 = 3140 \text{ cm}^3$$

O: Objem dortu je 3140 cm^3

2) Penál má tvar rotačního válce. Poloměr podstavy válce je 5 cm a výška válce 20 cm. Obě podstavy válce jsou bílé a pláště válce je tmavý. Kolikrát větší je obsah pláště válce než obsah jedné podstavy? (cermat)

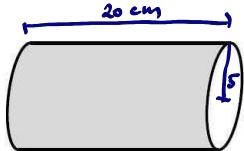
$$S_p = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi$$

$$S_{pl} = 2\pi r \cdot h = 2\pi \cdot 5 \cdot 20 = 200\pi$$

$$S_{pl} : S_p = 200\pi : 25\pi = 8 \times$$

Kolikrát se podstava vepne do žloutky

O: Pláště je $8 \times$ větší

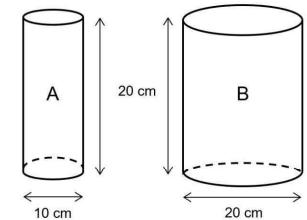


4) Dvě válcové nádoby A a B mají stejnou výšku $v = 20 \text{ cm}$. Nádoba A má průměr podstavy $d_1 = 10 \text{ cm}$, nádoba B má průměr podstavy $d_2 = 20 \text{ cm}$. Kolikrát je nádoba B větší než nádoba A? Počítejte objem v jednotkách π . (cermat)

$$r = 5 \text{ cm} \\ V_A = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 20 = 500\pi$$

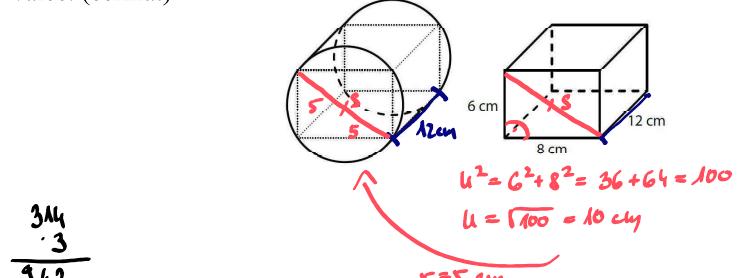
$$r = 10 \text{ cm} \\ V_B = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 10^2 \cdot 20 = 2000\pi$$

$$2000\pi : 500\pi = 4$$



O: Nádoba B je $4 \times$ menší.

6) Rotační válec má výšku 12 cm. Odstraněním čtyř částí vytvoříme z tohoto válce kvádr s rozměry 8 cm, 6 cm a 12 cm. Všechny hrany kvádru leží na povrchu válce. Vypočítej objem válce. (cermat)



$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 3,14 \cdot 25 \cdot 12 = 3,14 \cdot 300 = 942 \text{ cm}^3$$

O: Objem válce je 942 cm^3